**물리학 실험 1 (033)**

**XXX 조교님**

**<당구의 역학> 보고서**

자연과학대학

물리천문학부

2021-OOOOO

옥토끼의 비밀연구소

(Dated: April 22, 2021)

I. 실험 목적과 개요

자연현상은 여러 개의 입자의 상호작용에 의해서 나타난다. 따라서 가장 기본적으로 두 입자의 충돌 현상을 분석하고자 한다. 공기 위에 알루미늄 원판을 띄우고 서로 충돌하게 하여 2차원 충돌 현상을 분석하고 운동량과 역학적 에너지 보존 여부를 알아본다.

II. 배경이론

II-1. 2차원 충돌

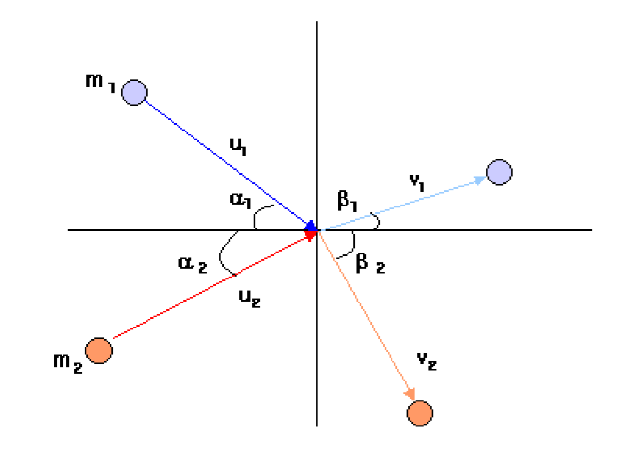


그림 1. 두 입자의 2차원 충돌

질량이 , 인 두 입자가 2차원 충돌을 한다고 하자. 외력이 작용하지 않으면 운동량이 보존되므로

이고 만약 완전 탄성 충돌한다면 운동에너지가 보존되므로

이다. 또한, 두 원판의 질량이 동일하다면 이므로

양변을 더하면

마찰력이 작용한다면

이고 시간에 대해 양변을 적분하면

그래프를 그려 직선의 기울기를 통해서 마찰 계수 b를 구할 수 있다.

알루미늄 원판이 벽과 충돌하였을 때 충돌 전후의 속력을 각각 , , 입사각을 , 반사각을 라고 하면 운동량이 보존되므로

완전 탄성 충돌한다면 운동에너지가 보존되므로

위와 같이 반사의 법칙이 성립한다.

만약 비탄성 충돌한다면 운동에너지가 보존되지 않아 , , 이므로 반사각이 입사각보다 크다.

충돌에서 반발계수는 충돌 전 속력을 , 충돌 후 속력을 라고 할 때 위와 같이 구할 수 있다. 비스듬히 벽면에 입사한 경우에는 입사각 과 입사 속력 에 대해 수평 방향의 운동량이 보존되므로 이고 수직 방향의 운동량에서 이다. 두 식을 연립하면 이다.

III. 실험 방법

<준비물>

카메라, 공기 테이블, air blower, 속이 빈 원판, 알루미늄 원판, 수평기, 자

III-1. 두 알루미늄 판의 충돌

1. 수평을 조절한 후 air blower를 작동시키고 알루미늄 판을 공기 테이블 위에 둔다.
2. 질량이 같은 두 원판을 일정한 각도로 충돌시킨다.
3. 원판의 질량을 바꾸어 같은 실험을 반복한다.

III-2. 정지한 원판과의 충돌

1. 정지한 원판에 질량이 같은 원판을 충돌시켜 충돌각의 합을 구한 뒤 90도보다 큰지 작은지 알아본다.

III-3. 질량을 모르는 원판과의 충돌

1. 질량을 모르는 원판과 충돌시켜 원판의 질량을 예측해본다. 실험값과 이론적 예측값을 비교해본다.

III-4. 탄성계수 측정 및 비탄성 충돌

1. 원판이 공기 테이블 옆 철선과 충돌할 때 탄성계수를 구한다. 회전운동과 마찰력이 없다고 가정하고 구한다.

IV. 실험 결과 및 토의

IV-1. 실험 결과

표 1. ‘일정한 각도’ 영상에서 운동량과 에너지 보존

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 충돌 전 | 1차 1.86E-02  2차 2.04E-02  3차 1.62E-02 | -1.00E-03  7.77E-03  7.90E-05 | 0.0368  0.0243  0.0341 |
| 충돌 후 | 1차 1.31E-02  2차 1.81E-02  3차 1.54E-02 | -4.93E-03  5.03E-03  1.66E-04 | 0.0221  0.0125  0.0255 |

[표 1]은 질량이 비슷한 두 원판(주황색 : 0.046kg, 초록색 : 0.045kg)을 일정한 각도로 충돌시켰을 때 x축과 y축 방향의 운동량과 에너지를 나타낸 것이다. Tracker에서 원판의 궤적에서 시간에 따른 좌표 (x, y)를 분석한 뒤, x-t graph와 y-t graph에서 일차식 추세선을 그려 각 축 방향으로의 속도를 구하였다. 이 때, 이므로 충돌 전후에는 등속도 운동을 함이 명확하고 일정한 속도를 구할 수 있다. 각 원판의 질량과 속도를 이용해 운동량과 에너지를 계산하였다.

충돌 전 후를 비교하였을 때, 모든 실험에서 x축 방향의 운동량이 0.1~0.5E-02만큼 감소함을 알 수 있다. 2차 실험에서는 y축 방향의 운동량이 감소하지만, 1차와 3차 실험에서는 증가하였음을 알 수 있다. 특히 1차 실험에서는 오차율 100% 이상으로 큰 폭으로 증가하였다. 운동에너지는 모든 실험에서 1E-02J 스케일만큼 감소하였음을 알 수 있다.

표 2. ‘초록색만 질량 다를 때’ 영상에서 운동량과 에너지 보존

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 충돌 전 | 1차 3.06E-02  2차 4.45E-02  3차 2.14E-02 | 7.05E-03  2.04E-02  3.88E-03 | 0.0790  0.0787  0.0602 |
| 충돌 후 | 1차 2.97E-02  2차 4.20E-02  3차 1.74E-02 | 1.73E-03  1.86E-02  2.84E-04 | 0.0564  0.0482  0.0243 |

[표 2]는 질량이 다른 두 원판(주황색 : 0.046kg, 초록색 : 0.060kg)을 충돌시켰을 때 x축과 y축 방향의 운동량과 에너지의 변화를 나타낸 표이다. 질량이 비슷한 두 원판의 충돌 실험과 같은 방법으로 운동량과 에너지를 계산하였다. x-t graph와 y-t graph의 일차식 추세선에서 이므로 분석이 합당하다고 할 수 있다.

모든 실험에서 x축 방향의 운동량이 0.1~0.4E-02만큼 감소함을 알 수 있다. 1차 실험과 3차 실험에서는 y축 방향 운동량이 큰 폭으로 감소하고 2차 실험에서는 작은 폭으로 감소하였다. 운동에너지는 2~4E-02만큼 감소함을 알 수 있다.

표 3. 모르는 질량 구하기

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  | 1차 0.0736  2차 0.0682  3차 0.0741 | 0.0720 |
|  | 1차 0.0714  2차 0.0738  3차 0.0705 |

[표 3]은 모르는 질량을 구하는 실험에서 각각의 실험에서 구한 질량과 그 평균을 나타낸 그래프이다. 에너지는 충돌 과정에서 소리나 열로 방출될 수 있으므로 외력이 작용하지 않는 조건에서 운동량이 보존됨을 활용하였다. 충돌 전후의 x축 방향과 y축 방향의 운동량이 보존되므로 이 관계로부터 모르는 질량을 계산할 수 있다. 각 축 방향의 운동량 보존에서 질량을 구하고 평균을 내었다. 이를 통해 질량이 약 0.0720kg임을 알 수 있다.

표 4. 90도 확인하기

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 101.64  104.98  103.30 | 12.93%  16.64%  14.77% |

[표 4]는 질량이 같은 두 원판을 충돌하였을 때 충돌 후 두 원판이 이루는 각을 구하는 실험에서 각도를 구한 것이다. 이론적 배경에서 90도가 됨을 알아보았는데 실험에서는 90도보다 큰 값이 측정되었다. 오차율 20% 이내로 큰 오차를 보이지는 않는다.

표 5. 벽면에 수직으로 입사할 때 반발계수

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 1차 | 0.9698  0.9471  0.9569 | 0.9580 |
| 2차 | 0.9477  0.9496  0.9632 | 0.9535 |
| 3차 | 0.9553  0.9604  0.9664 | 0.9607 |

[표 5]는 원판이 벽면에 수직으로 입사하였을 때 반발계수를 구한 것이다. 각각의 실험에서 3번의 충돌을 분석하였고 이를 평균하였다. 세 번의 실험에서 0.95740.0033으로 측정되었다. 오차가 크지 않고 반발계수가 1보다 작음을 알 수 있다.

표 6. 벽면에 비스듬히 입사할 때 반발계수

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 0.8803  0.8585  0.8251 | 0.8546 |

벽면에 비스듬히 입사할 때 반발계수를 구한 것이다. 이론적 배경에서 알아본 방법으로 입사각과 반사각의 관계를 이용해 계산하였다. 0.85460.0257으로 측정되었다. 오차가 크지 않고 반발계수가 1보다 작음을 알 수 있다.

IV-2. 결과 분석(토의)

표 7. ‘일정한 각도’ 영상에서 운동량과 에너지의 증감율

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 증감율 | 1차 -29.511%  2차 -11.076%  3차 -4.957% | 391.994%  -35.294%  110.000% | -39.989%  -48.604%  -25.281% |

[표 7]은 [표 1]의 실험에서 충돌 전의 운동량과 에너지에 대하여 충돌 후의 운동량과 에너지의 증감율을 나타낸 것이다. 크기가 감소하였으면 부호를 -으로 하고 증가하였으면 부호를 +로 하였다.

x축 방향의 운동량에 대해서는 적은 오차율로 운동량이 일정하게 보존됨을 확인할 수 있어 운동량 보존법칙이 합당한 이론이라는 것을 확인할 수 있다.

그러나, y축 방향의 운동량은 매우 불규칙하게 증감하는 것을 알 수 있다. 감소와 증가 여부, 그리고 그 크기도 일관적이지 않다. 초기에 실험자의 손에서 원판이 떠나갈 때, 손과 원판 사이에서 작용하는 힘에 의한 회전운동이 발생할 수 있다. 회전운동에너지를 가지던 원판이 충돌하면서 발생하는 마찰에 의해 회전운동에너지가 병진운동에너지로 바뀌면서 운동량이 큰 폭으로 변할 수 있다. 일정한 각도로 충돌하였을 때 y축 방향의 운동량만 불확정적으로 나타났으므로 손과 원판 사이의 힘의 크기와 방향, 충돌 각도, 충돌 시 작용하는 마찰력의 방향이 y축 방향 운동량의 불확정성을 만드는 요인이라고 할 수 있다. 그러나, 원판은 등방적으로 디자인되었으므로 tracker를 이용해 회전운동을 분석할 수 있는 방법은 없다. 따라서 정량적인 오차 분석은 불가능하고 정성적으로 설명할 수만 있다.

이러한 운동량의 증가 사례는 실제 다른 실험에서도 관찰되었다. Michel Y. Louge와 Michael E. Adams가 빗면에 대한 공의 충돌 운동을 관찰한 결과 반발계수가 1보다 큰 사례를 확인하였다. 충돌 시에 발생하는 Coulomb friction에 의한 효과를 몇 가지 상수를 도입하여 이론적으로 분석하면 반발계수가 1보다 큰 사례를 설명할 수 있다.[[1]](#footnote-1)

운동에너지의 감소는 공기마찰에 의한 효과와 충돌 시에 발생하는 소리와 열에 의한 효과로 설명할 수 있다.

표 8. ‘초록색만 질량 다를 때’ 영상에서 운동량과 에너지의 증감율

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 증감율 | 1차 -3.118%  2차 -5.540%  3차 -18.832% | -75.442%  -8.895%  -92.697% | -28.621%  -38.674%  -59.619% |

[표 8]은 [표 2]의 실험에서 충돌 전의 운동량과 에너지에 대하여 충돌 후의 운동량과 에너지의 증감율을 나타낸 것이다. x축 방향의 운동량에 대해서 적은 오차율로 운동량이 일정함을 확인할 수 있다. 따라서, 운동량 보존 법칙의 정당성을 알 수 있다.

그러나, y축 운동량에 대해서는 불규칙한 폭으로 감소함을 확인할 수 있다. 초기의 회전운동과 마찰력에 의한 회전운동의 변화가 항상 일관되게 나타나지 않으므로 y축 방향의 운동량이 불규칙하게 나타나고 있음을 알 수 있다. ‘일정한 각도’ 실험과 같은 이유라고 할 수 있다.

운동 에너지의 손실은 공기마찰과 충돌 시 열과 소리 발생으로 설명할 수 있다.

모르는 질량을 구하는 실험에서 평균 질량에 대한 오차율은 2.264%, 5.218%, 2.922%, 0.794%, 2.560%, 2.047%로 나타났고 모두 적은 오차율이므로 질량을 유의미하게 추정했다고 할 수 있다. 운동량 보존 법칙으로 도출한 반발계수의 관계식이 합당하고 유용하게 이용할 수 있다는 것을 알 수 있다.

90도 확인하기 실험에서 각도가 90도보다 크게 나왔는데 실제로 질량이 동일하지 않기 때문에 오차가 발생한 것으로 해석할 수 있다. 그 외에 공기마찰과 충돌 시 발생하는 열과 소리에 의한 에너지 손실에 의하여 방정식의 관계에서 등식이 성립하지 않을 수 있기 때문에 오차가 발생한 것도 있다.

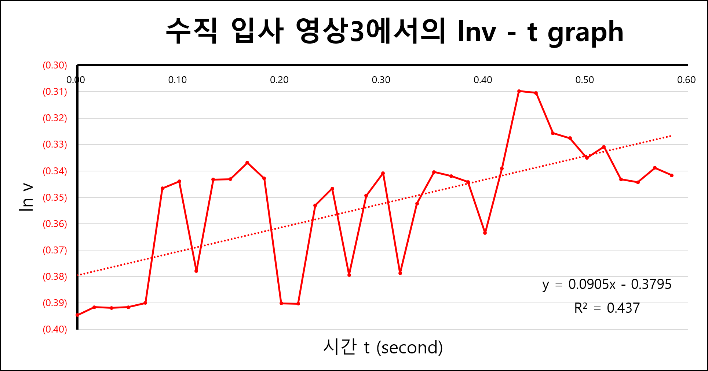
벽면에 수직으로 입사할 때와 비스듬히 입사할 때 반발계수를 구한 결과 1보다 작으므로 운동에너지가 손실되는 비탄성 충돌을 함을 알 수 있다. 운동 에너지의 손실 요인은 다른 실험과 같다.

IV-3. 오차 분석(토의)

1. 공기 마찰

원판이 운동하는 과정에서 지속적으로 공기 마찰이 작용한다. 이 공기 마찰에 의해 운동에너지 감소를 설명할 수 있다. 운동량의 감소는 충돌 전후에 발생하고 그 사이에는 공기 마찰의 영향은 적다.

이론적 배경에서 와 가 선형 관계를 가지고 있음을 이용해 일차식 추세선을 그리고 이 기울기로부터 마찰 계수를 추정할 수 있음을 알아보았다. 벽면이나 원판과 충돌하면 이 관계식을 사용할 수 없으므로 충돌 사이 구간을 살펴보아야 한다. 유의미한 공기 마찰 계수를 구하기 위해서는 많은 데이터가 필요하고 많은 속도 정보를 활용하기 위하여 수직 입사 세번째 영상의 가장 뒷부분을 분석하였다.



그래프 1. 수직 입사 영상3에서의 lnv – t graph

그래프를 그린 결과 일차식 추세선에서 으로 매우 낮으므로 선형 관계가 나타나지 않는 것을 알 수 있다. 그 이유는 tracker에서 위치 정보를 습득할 때 발생하는 오차가 공기 마찰을 분석할 수 없을 정도로 크기 때문이다. 만약 위치 정보를 습득할 때 발생하는 오차가 불편성(unbiasedness)을 지니고 있고 이들의 평균이 일차식의 관계를 만족한다고 가정하면 마찰 계수를 유의미하게 구할 수 있다. 그러나, 공기 마찰을 받으면 속도가 감소하고 ln v도 감소해야 하는데 실제로는 증가하고 있어서 분석 자체가 불가능하다. 충돌 전후의 운동량과 에너지를 계산할 때 전후 20프레임의 데이터를 이용하였으므로 그 사이에 발생하는 운동에너지 손실에 공기 마찰에 의한 효과가 포함되는데, tracker에 의한 오차보다 무의미하다는 것을 알 수 있다.

1. 공기가 미는 힘

Air table에서 공기가 균일하게 분사되지 않으므로 집중된 구간에서는 원판이 힘을 받을 수 있다. 만약 원판의 가장자리에서 힘을 받는다면 원판의 병진운동에서 가속도를 만들 수 있으므로 유의미한 오차가 발생할 수 있다. 다만, 공기의 밀도를 분석할 수 있는 방법은 없으므로 정량적 분석은 불가능하다. 이 오차는 불가피하게 발생하며 실험 장치를 정밀하게 설계하여 해소할 수 있다.

1. 원판의 회전 운동

실험자의 손에서 원판이 떠나갈 때 힘을 주는데 이 힘에 의한 회전운동이 발생하여 원판이 초기에 회전운동에너지도 가질 수 있다. 원판의 충돌 과정에서 두 원판 사이의 전자기적인 상호작용에 의한 마찰력이 발생하므로 그에 따라 추가적인 회전운동이 발생하여 운동은 더욱 불규칙해진다. 특히, 회전운동에너지가 충돌 과정에서 병진운동에너지로 변화하면 운동량이 증가하는 사례가 나타날 수 있다. 원판의 등방적 디자인으로 인해 정량적 분석은 불가능하다. 초기에 회전 운동이 나타나지 않게끔 원판을 잘 던져서 오차를 해소할 수 있다. 그러나 충돌 후 발생하는 회전운동이 나타나지 않게 하는 방법은 없다. 따라서 회전 운동을 거의 무시할 수 있는 질량체에 대하여 실험을 진행한다면 회전 운동에 의한 오차를 줄일 수 있을 것이다. 경우에 따라 이 실험에서 가장 큰 오차가 발생할 수 있는 요인이다.

1. Tracker의 위치 분석

[그래프 1]에서도 보았듯이 위치를 정밀하게 측정하지 못하므로 속도도 불규칙하게 진동하는 것을 알 수 있다. 운동 상황 이외의 외부적 요인에서 발생하는 오차가 작은 이 실험에서 실험 분석 프로그램의 오차는 더 예민하게 작용할 수 있다. 색깔을 통해서 위치를 측정하는데 그 범위가 큰 오차를 발생시킬 수 있을 만큼 넓으므로 회전체의 중심을 정확히 측정할 수 있는 방법이 필요하다. 해당 색깔의 좌표를 몇 개 지정한 다음 평균값을 취하면 실제 회전체의 중심 좌표에 가까워지므로 이러한 방법을 이용한 프로그램을 만든다면 오차를 줄일 수 있다.

1. 동일 질량 가정

90도 확인 실험은 동일 질량을 가정한 이론적 배경을 바탕으로 하고 있으므로 만약 질량이 같지 않으면 오차가 발생할 수 있다. 실제로 질량이 1g이 차이가 났으므로 질량 차이를 고려하여 운동량 보존과 운동에너지 보존을 고려해야 한다. 이 때, 운동에너지도 보존되지 않으므로 오차가 더 커졌을 수 있다. 두 등식, 의 양변을 제곱하여 더한 뒤 정리하면 이다. 90도 확인 실험 세 번의 데이터를 이용해 계산하면 평균 각도는 99.857도이다. 이론적으로도 질량을 고려하면 90도가 아님을 확인할 수 있다.

V. 결론

원판의 충돌 실험을 통하여 운동량과 에너지 보존 법칙을 확인하였다. 운동량과 에너지의 증감율을 분석한 결과 현실 세계에서 적은 오차율을 보이며 근사적으로 옳음을 확인하였다. 또한, 같은 질량을 충돌시켰을 때 충돌 후의 각도가 90도라는 이론적인 계산이 근사적으로 옳음을 확인하면서 이론의 정당성을 확인할 수 있었다. 반발 계수를 통해 실제 상황에서는 충돌 과정에서의 열과 소리 발생으로 에너지가 보존되지 않음을 알 수 있었다.

참고문헌

[1] David Haliday, Robert Resnick, Jearl Walker, Principles of Physics, 11th edition, Wiley(2020)

[2] 물리학 실험 1 매뉴얼, 서울대학교 물리천문학부

[3] Michel Y. Louge and Michael E. Adams (2002). Anomalous behavior of normal kinematic restitution in the oblique impacts of a hard sphere on an elastoplatic plate. Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, Cornell University, Ithaca, New York 14853.

1. Michel Y. Louge and Michael E. Adams (2002). Anomalous behavior of normal kinematic restitution in the oblique impacts of a hard sphere on an elastoplatic plate. Sibley School of Mechanical and Aerospace Engineering, Cornell University, Ithaca, New York 14853. [↑](#footnote-ref-1)